

--ÁLGEBRA --

.::Ecuaciones Cuadráticas.::

Una ecuación cuadrática o de segundo grado es aquello en la cual la incógnita aparece con un exponente dos, como máxima potencia. En su forma más simple se representa como:

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

donde a, b y c son Números Reales

Generalmente una ecuación de segundo grado posee dos soluciones. Por tanto, al resolver éste tipo de ecuaciones intentamos encontrar los valores (las dos soluciones) que puede tomar la incógnita para que la igualdad planteada se cumpla.

Al resolver una ecuación nos podemos encontrar con tres casos, los que se pueden resolver de distintas maneras, para facilitar el trabajo.

CASO 1: $b = 0$ y $c \neq 0$,

Ejemplos, $2x^2 - 32 = 0$
 $x^2 - 3 = 6$
 $-7x^2 + \frac{28}{25} = 0$

Para resolver,

Sea; $4x^2 - 16 = 0$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{4}$$

$$x^2 = 4 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x = \pm 2$$

$$\therefore x_1 = 2 \text{ y } x_2 = -2$$

CASO 2: $c = 0$ y $b \neq 0$,

Ejemplos, $x^2 - x = 0$
 $\frac{3}{2}x^2 + 6x = 0$
 $-x^2 - 2x = 0$

Para resolver,

Sea; $x^2 - 5x = 0$

$$x(x - 5) = 0$$

Tenemos dos opciones:

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad (x - 5) = 0$$

Es decir, $x = 0$ ó $x = 5$

$$\therefore x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 5$$

CASO 3: $b \neq 0$ y $c \neq 0$,

Ejemplos, $x^2 + x - 1 = 0$
 $2x^2 + x + \frac{1}{8} = 0$
 $x^2 - 3x = 9$

Para resolver,

Sea; $x^2 - 2x - 8 = 0$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

Tenemos dos opciones:

$$x + 2 = 0 \quad \text{ó} \quad x - 4 = 0$$

Es decir, $x = -2$ ó $x = 4$

$$\therefore x_1 = -2 \text{ y } x_2 = 4$$

Sin embargo, en el último ejemplo (del caso 3) los elementos; $ax^2 + bx + c$, eran factorizables en dos binomios. Entonces, ¿cómo resolver una ecuación de este tipo si no podemos factorizar?

FÓRMULA GENERAL:

Para resolver ecuaciones cuadráticas (de cualquier caso), es utilizada la llamada "fórmula general", para encontrar las soluciones o raíces de una ecuación.

FÓRMULA GENERAL:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplos

1) Sea, $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$c = 2$$

Luego,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2} \Rightarrow x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2} \Rightarrow x_2 = -2$$

2) Sea, $-2x^2 + 5x = 0$

$$a = -2$$

$$b = 5$$

$$c = 0$$

Luego,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0}}{2 \cdot (-2)}$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{25}}{-4} \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{25}}{-4} \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2}$$

EJERCICIOS.

1.- Las soluciones de la siguiente ecuación son:

$$2x^2 - 16 = 0$$

- a) 2 y -2.
- b) $2\sqrt{2}$ y $-2\sqrt{2}$.
- c) 4 y -4.
- d) 8 y -8.
- e) 16 y -16.

2.- ¿Cuáles son las raíces de la ecuación $x^2 + 4x = 0$?

- a) -4 y -1.
- b) 0 y -4.
- c) 0 y -2.
- d) 4 y 0.
- e) 4 y 1.

3.- Sea la ecuación cuadrática $5x^2 - 4x = 1$, las raíces (soluciones) de ésta son:

- a) $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{5}$.
- b) $\frac{2}{5}$ y $\frac{6}{5}$.
- c) 1 y $-\frac{1}{5}$.
- d) 2 y $-\frac{2}{5}$.
- e) 5 y -1.

4.- Las raíces o soluciones de la ecuación $x(x-1) = 12$ son:

- a) 1 y 12.
- b) 3 y -4.
- c) 3 y 4.
- d) 4 y -3.
- e) 12 y 13.

5.- Sea la ecuación $x^2 - cx + 6 = 0$. Se sabe que $x=2$ es una de las soluciones de la ecuación. Entonces, ¿cuál es el valor de c ?

- a) -5.
- b) -3.
- c) 3.
- d) 5.
- e) 10.

6.- Sea $x=3$ raíz (solución) de la ecuación $x^2 - 3x = 0$. ¿Cuál es el valor de la otra solución?

- a) -3.
- b) -1.
- c) 0.
- d) 1.
- e) 3.

7.- Las soluciones de la ecuación $x + \frac{6}{x} = 7$, son:

- a) -6 y -1.
- b) -6 y 1.
- c) -1 y 6.
- d) 1 y 6.
- e) No se puede determinar.

8.- Si x satisface la ecuación $2x^2 - 18 = 0$, ¿cuál es el **menor** valor que puede tomar la expresión $x^2 - 3x + 1$?

- a) -9.
- b) -3.
- c) 1.
- d) 19.
- e) 55.

9.- Sea un terreno rectangular cuyo largo es 10 metros mayor que su ancho. Si el área del terreno es de 600m^2 , ¿cuánto mide el largo de este terreno?

- a) -30.
- b) 10.
- c) 20.
- d) 30.
- e) 40.

10.- Byron tiene 5 años más que Yasuri. Si el producto de sus edades es 176, ¿cuál es la edad de Yasuri?

- a) 6 años.
- b) 11 años.
- c) 16 años.
- d) 21 años.
- e) 85 años.